Exercice 3 :Pour coder un message, on procède de la manière suivante : à chacune des 26 lettres de l'alphabet, on commence par associer un entier n de l'ensemble Ω= {0 ; 1 ; 2 ; . . . ; 24 ; 25} selon le tableau ci-dessous

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

a et b étant deux entiers naturels donnés, on associe à tout entier n de Ω le reste de la division euclidienne de (an+b) par 26 ; ce reste est alors associé à la lettre correspondante.

Exemple : pour coder la lettre P avec a = 2 et b = 3, on procède de la manière suivante:

étape 1 : on lui associe l'entier n = 15.

étape 2 : le reste de la division de 2×15+3 = 33 par 26 est 7.

étape 3 : on associe 7 à H. Donc P est codé par la lettre H.

1. Que dire alors du codage obtenu lorsque l'on prend a = 0 ?

2. Montrer que les lettres A et C sont codées par la même lettre lorsque l'on choisit : a = 13.

3. Dans toute la suite de l'exercice, on prend a = 5 et b = 2.

a. On considère deux lettres de l'alphabet associées respectivement aux entiers n et p. Montrer, que si 5n +2 et 5p +2 ont le même reste dans la division par 26 alors n −p est un multiple de 26. En déduire que n = p.

b. Coder le mot AMI.

4. On se propose de décoder la lettre E.

a. Montrer que décoder la lettre E revient à déterminer l'élément n de - tel que : 5n −26y = 2, où y est un entier.

b. On considère l'équation 5x −26y = 2, avec x et y entiers relatifs.

i. Donner une solution particulière de l'équation 5x −26y = 2.

Qarray.tn-Adra Blech-Qarray.tn